

Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων

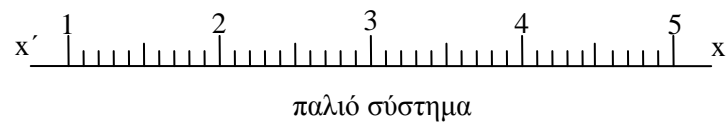
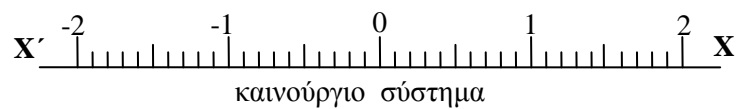
Ένα από τα χρησιμότερα εργαλεία στα μαθηματικά, για απλοποίηση των γραφικών παραστάσεων είναι η αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων. Ας τη μελετήσουμε λοιπόν ξεκινώντας από αλλαγές σε έναν μόνο άξονα.

Άξονας x

Αλλαγή συστήματος σύμφωνα με τη σχέση (μετασχηματισμό) $X = x - 3$ (1)

Για τον παραπάνω μετασχηματισμό συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών προσπαθώντας να βρούμε σε ποιες τιμές το παλιού συστήματος x' βρίσκονται οι τιμές του καινούργιου συστήματος X' .

X	-2	-1	0	1	2
x	1	2	3	4	5

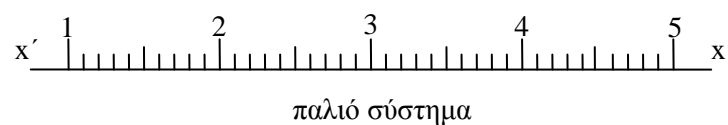
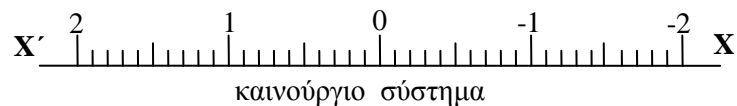


Βλέπουμε λοιπόν ότι ο παραπάνω μετασχηματισμός απλά μεταφέρει το μηδέν του καινούργιου συστήματος στη θέση $x=3$ του παλιού, κρατώντας την ίδια μονάδα μέτρησης, και την ίδια φορά.

Ας μελετήσουμε τώρα τον μετασχηματισμό $X = 3 - x$ (2).

Συμπληρώνοντας αντίστοιχα πίνακα τιμών έχουμε:

X	-2	-1	0	1	2
x	5	4	3	2	1

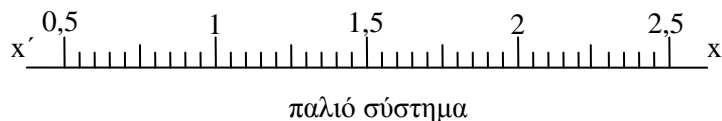
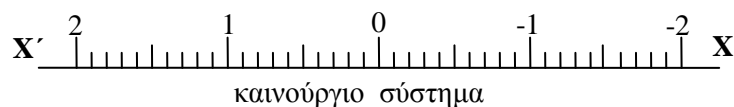


Ο μετασχηματισμός (2) έχει επιφέρει τώρα διπλή αλλαγή.

- α. μεταφορά του μηδενός στη θέση $x=3$ και
 β. αλλαγή φοράς (δεξιά τα αρνητικά και αριστερά τα θετικά).

Εύκολα μπορούμε τώρα να διαπιστώσουμε ότι ο μετασχηματισμός (3) $X=3-2x$, θα επιφέρει μία ακόμα αλλαγή. Την αλλαγή και στη μονάδα μέτρησης. Αν ακολουθήσουμε τον ίδιο τρόπο δουλειάς θα έχουμε:

X	-2	-1	0	1	2
x	2,5	2	1,5	1	0,5



Ο μετασχηματισμός (3) λοιπόν έχει επιφέρει τριπλή αλλαγή.

- α. μεταφορά του $X=0$ στη θέση $x=1,5$
 β. αλλαγή φοράς (δεξιά τα αρνητικά και αριστερά τα θετικά) και
 γ. αλλαγή στη μονάδα μέτρησης. Παρατηρούμε λοιπόν ότι μία μονάδα του νέου συστήματος αντιστοιχεί σε μισή μονάδα του παλιού.

ΣΥΣΤΗΜΑ xy

Πόσο δύσκολο είναι άραγε τώρα να γίνει η γραφική παράσταση της $y-2=3(x-1)^2$ (4).

Στο μυαλό μας πάντα οι γνωστές μορφές. Και με λίγη φαντασία και μια μικρή αλλαγή συστήματος συντεταγμένων η πολύπλοκη (4) γίνεται μια όμορφη και κομψή παραβολή της μορφής $Y=2X^2$.

Το σκεπτικό απλό:

$$y - 2 = 3(x - 1)^2$$

$$Y = 3X^2$$

Οι σχέσεις μετασχηματισμού λοιπόν είναι :

$$X=x-1 \quad (5)$$

$$Y=y-2 \quad (6)$$

Ψάχνουμε σε ποιο σημείο του παλιού συστήματος βρίσκεται η αρχή του νέου συστήματος $(X,Y)=(0,0)$. Από τις (5) και (6) θα έχουμε ότι:

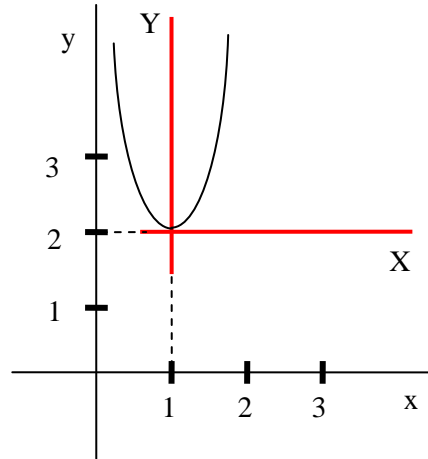
$$0 = x - 1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$0 = y - 2 \Leftrightarrow y = 2$$

Άρα η αρχή του νέου συστήματος βρίσκεται στο σημείο $(x,y)=(1,2)$ του παλιού. Από τις σχέσεις (5) και (6) καταλαβαίνουμε επίσης ότι οι νέοι άξονες διατηρούν και τη φορά και τη μονάδα μέτρησης.

Γραφική παράσταση

Η παραβολή $Y = 3X^2$ σχεδιάζεται πλέον εύκολα στο σύστημα XY .



Το ζητούμενο λοιπόν πλέον είναι να μετατρέψουμε τη συνάρτηση που μας δίνουν σε μια από τις γνωστές. Καλή επιτυχία λοιπόν και ...καλές αλλαγές συστήματος συντεταγμένων.

Γιώργος Κυριακίδης