ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

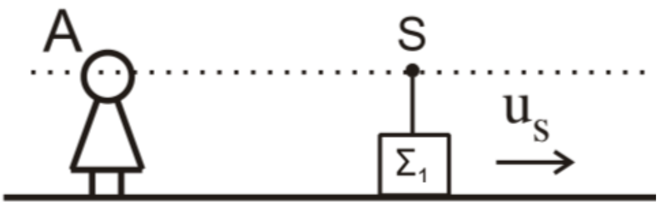
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β
Α2. γ
Α3. α
Α4. γ
Α5.
α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Σωστό
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

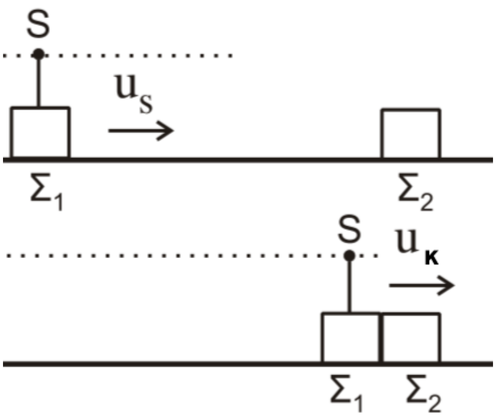
Β1. Σωστή απάντηση η **(ii)**



Εφαρμόζουμε τη σχέση για το φαινόμενο Doppler, ακίνητος παρατηρητής-κινούμενη πηγή:

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} f_s = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{20}} f_s = \frac{u_H}{\frac{21 u_H}{20}} f_s \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{20}{21} f_s$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής για την πλαστική κρούση (αλγεβρικά, με θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση της κίνησης της πηγής).



$$p_{arc} = p_{tel}$$

ή

$$m u_s = (m + m) u_k$$

ή

$$mu_S = 2mu_k$$

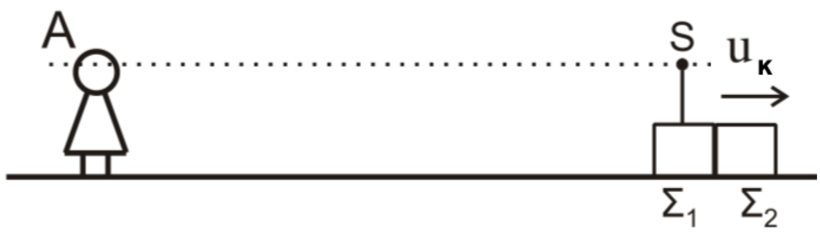
ή

$$u_k = \frac{u_S}{2} = \frac{\frac{u_H}{20}}{2}$$

ή

$$u_k = \frac{u_H}{40}$$

Και τέλος εφαρμόζουμε και πάλι τη σχέση του Doppler για ακίνητο παρατηρητή και κινούμενη πηγή:



$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + u_k} f_S \qquad \text{ή} \qquad f_2 = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{40}} f_S = \frac{u_H}{\frac{41u_H}{40}} f_S$$

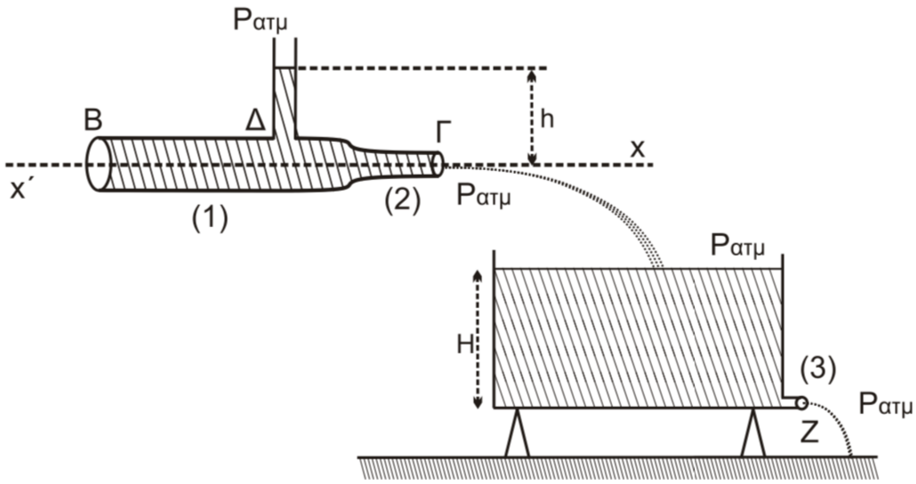
ή

$$f_2 = \frac{40}{41} f_S$$

Ο λόγος των δύο συχνοτήτων $\frac{f_1}{f_2}$ θα είναι:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_S}{\frac{40}{41} f_S} = \frac{41}{42}$$

B2. Σωστή απάντηση η **(iii)**



Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής μέσα στο σωλήνα, από την περιοχή 1 έως την περιοχή 2 (έξω στον ατμοσφαιρικό αέρα):

$$P_1 + \frac{1}{2} r u_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} r u_2^2$$

όμως για την πίεση P_1 θα ισχύει: $P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + pgh$

Άρα η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$P_{atm} + r gh + \frac{1}{2} r u_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} r u_2^2$$

ή

$$gh + \frac{1}{2} u_1^2 = \frac{1}{2} u_2^2$$

Επίσης παίρνουμε εξίσωση συνέχειας κατά την ίδια ρευματική γραμμή:

$A_1 u_1 = A_2 u_2$ και αφού $A_1 = 2A_2$, έχουμε:

$$u_1 = \frac{u_2}{2}$$

και αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση Bernoulli, βγάζουμε:

$$gh + \frac{1}{2}\frac{u_2^2}{4} = \frac{1}{2} u_2^2$$

ή

$$h = \frac{3u_2^2}{8g} \quad (1)$$

Στη συνέχεια, για να ισορροπεί η στάθμη του νερού σε σταθερό ύψος H, θα πρέπει η παροχή Π_2 του νερού που εισέρχεται στο δοχείο από τον σωλήνα, να είναι ίση με την παροχή του νερού που εξέρχεται από το άνοιγμα στο σημείο Z, δηλαδή:

$$\text{P}_2 = \text{P}_3$$

ή

$$A_2 u_2 = A_3 u_3 \text{ και αφού } A_2 = 2A_3 \text{ έχουμε τελικά:}$$

$$u_3 = 2u_2$$

Όμως η ταχύτητα $υ_3$ με την οποία το νερό εξέρχεται από το δοχείο, σύμφωνα με το θεώρημα Torricelli, θα είναι ίση με:

$$u_3 = \sqrt{2gH}$$

ή

$$H = \frac{u_3^2}{2g}$$

η οποία σε συνδυασμό με την προηγούμενη σχέση ταχυτήτων, μας δίνει:

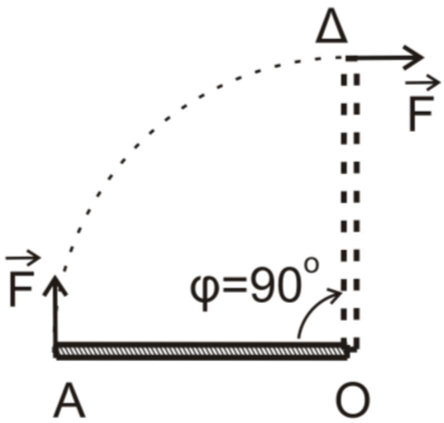
$$H = \frac{2u_2^2}{g} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε το λόγο $\frac{h}{H}$:

$$\frac{h}{H} = \frac{\frac{3u_2^2}{8g}}{\frac{2u_2^2}{g}} = \frac{3}{16}$$

Β3. Σωστή απάντηση η **(ii)**

Η ράβδος περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, επομένως η μοναδική δύναμη που έχει ροπή είναι η F.



Θα εφαρμόσουμε το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας, για να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που φτάνει στη θέση (ΟΔ):

$$K_{tel} - K_{arc} = W_F$$

όμως η αρχική κινητική ενέργεια της ράβδου είναι μηδέν καθώς και η ροπή της F είναι σταθερή για περιστροφή $Dq = \frac{p}{2} rad$, άρα:

$$\frac{1}{2} I_r w_1^2 = FLDq$$

ή

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3}ML^2 w_1^2 = FLDq$$

ή

$$w_1^2 = 9p^2$$

ή

$$w_1 = 3p \text{ rad/s}$$

Κατά την πλαστική κρούση της ράβδου με το ακίνητο μικρό σώμα, ισχύει $St_{ex} = 0$, άρα εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Στροφορμής (με θετική κατεύθυνση την αρχική κίνηση της ράβδου):

$$L_{arc} = L_{tel}$$

ή

$$I_r w_1 = I_{ol} w_k \,,$$

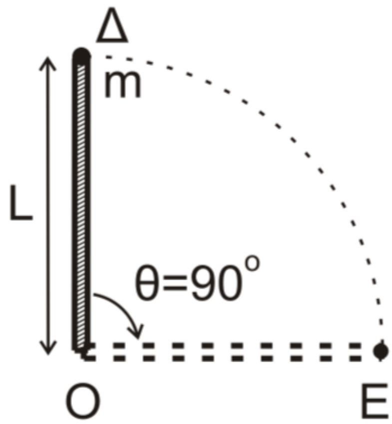
όπου I_{ol} η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος-μάζα και w_k η κοινή γωνιακή ταχύτητα που αποκτούν αμέσως μετά την κρούση.
Άρα:

$$\frac{1}{3}ML^2\omega_1 = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega_\kappa$$

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και βγάζουμε:

$$w_k = \frac{3p}{2} \text{ rad/s.}$$

Εν συνεχεία το σύστημα ράβδος-σώμα συνεχίζει την κίνησή του στο λείο δάπεδο εκτελώντας ομαλή στροφική κίνηση, επομένως για την ταχύτητα ωκ που απέκτησε αμέσως μετά την κρούση, θα ισχύει:

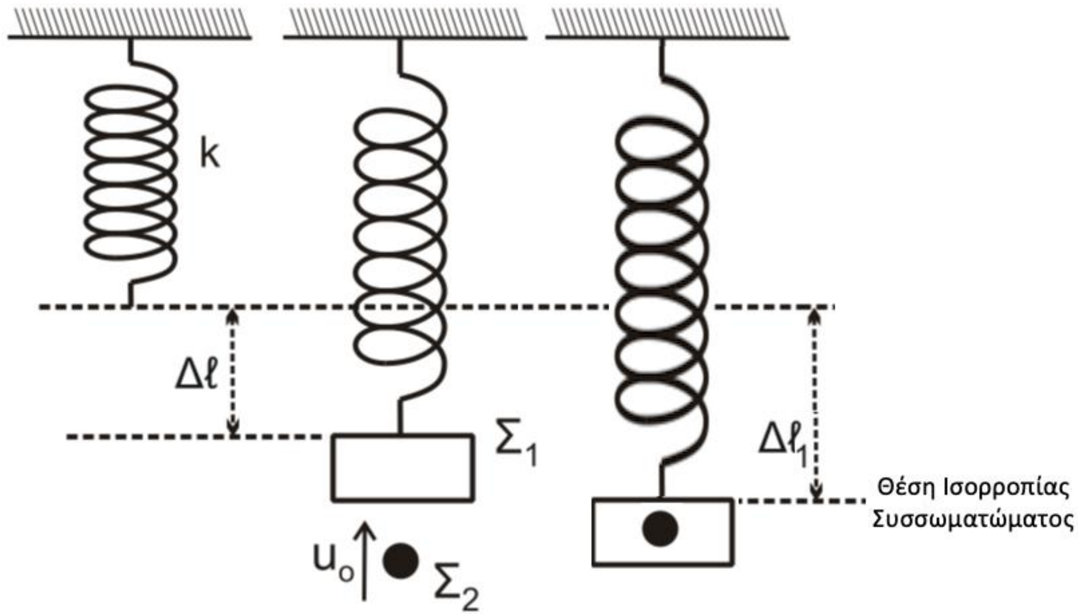


$$w_k = \frac{Dq}{Dt} \,,$$

άρα για να διαγράψει γωνία $Dq = \frac{p}{2} rad$, ο χρόνος θα είναι ίσος με:

$$Dt = \frac{Dq}{w_k} = \frac{\frac{p}{2}}{\frac{3p}{2}} = \frac{1}{3} s$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Στην αρχική θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad k\Delta l = m_1 g$$

$$\text{ή}$$

$$k = 200N/m$$

Στην θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, ομοίως ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad k\Delta l_1 = (m_1 + m_2)g$$

$$\text{ή}$$

$$\Delta l = 0{,}1m$$

Όμως αφού το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του φτάνει το πολύ μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, το πλάτος αυτής της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί, θα είναι ίσο με το Δl_1, άρα:

$$A = \Delta l_1 = 0{,}1m$$

Γ2. Το συσσωμάτωμα δημιουργείται στη θέση $x = \Delta l_1 - \Delta l = +0{,}05m$ από τη θέση ισορροπίας του, άρα εφαρμόζουμε μία Αρχή Διατήρησης Ενέργειας Ταλάντωσης για να βρούμε την ταχύτητά του u_k αμέσως μετά την κρούση:

$$E_T = K + U \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u_k{}^2 + \frac{1}{2}k\left(\Delta l_1 - \Delta l\right)^2$$

Αντικαθιστούμε τις τιμές:

$$\frac{1}{2}200 \cdot 0{,}1^2 = \frac{1}{2}2\upsilon_\kappa{}^2 + \frac{1}{2}200 \cdot 0{,}05^2$$

και έπειτα από τις πράξεις βρίσκουμε:

$$u_k = \frac{\sqrt{3}}{2}m/s$$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής (με θετική φορά την προς τα πάνω):

$$p_{αρχ} = p_{τελ} \quad \text{ή} \quad m_2 u_0 = (m_1 + m_2)u_k$$

ή

$$u_0 = \sqrt{3} m/s$$

Και άρα η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 λίγο πριν την κρούση θα είναι ίση με:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 u_0^2 = 1{,}5 J$$

Γ3. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 θα δίνεται από τη διανυσματική σχέση:
όπου με δεδομένο ότι θετική κατεύθυνση για την κρούση θεωρούμε την προς τα πάνω, οι αλγεβρικές τιμές της τελικής και αρχικής ορμής για το Σ_2 παίρνουν τις τιμές:

$$\Delta p_2 = \left(+m_2 u_k\right) - \left(+m_2 u_0\right)$$

ή

$$\Delta p_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$$

ή

$$\Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} kg \cdot m/s$$

Άρα το μέτρο της μεταβολής της ορμής για το σώμα Σ_2 είναι:

$$\left|\Delta p_2\right| = \frac{\sqrt{3}}{2} kg \cdot m/s$$

ενώ η κατεύθυνση αυτού του διανύσματος είναι κατακόρυφη προς τα κάτω (αντίρροπη της u_0)

Γ4. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του συσσωματώματος θα δίνεται από τη σχέση:

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2$$

ή

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

ή

$$\omega = 10 rad/s$$

Για την αρχική φάση της ταλάντωσης σκεφτόμαστε τις αρχικές συνθήκες, όταν για t = 0, το συσσωμάτωμα είναι στη θέση x = +0,05m (+A/2), με ταχύτητα θετική. Άρα:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ η οποία για t = 0 δίνει:

$$0{,}05 = 0{,}1\eta\mu\varphi_0$$

ή

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

άρα έχουμε δύο ομάδες λύσεων:

$$\varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6}$$

οι οποίες για κ = 0, βγάζουν τις εξής αρχικές φάσεις:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{6} rad \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} rad$$

Όμως επειδή την t = 0 το συσσωματωμα ξεκινά την ταλάντωσή του με ταχύτητα θετική $(u>0)$, θα πρέπει ταυτόχρονα να ισχύει:

$$u_{\max} sunj_{0} > 0 \qquad ή \qquad sunj_{0} > 0$$

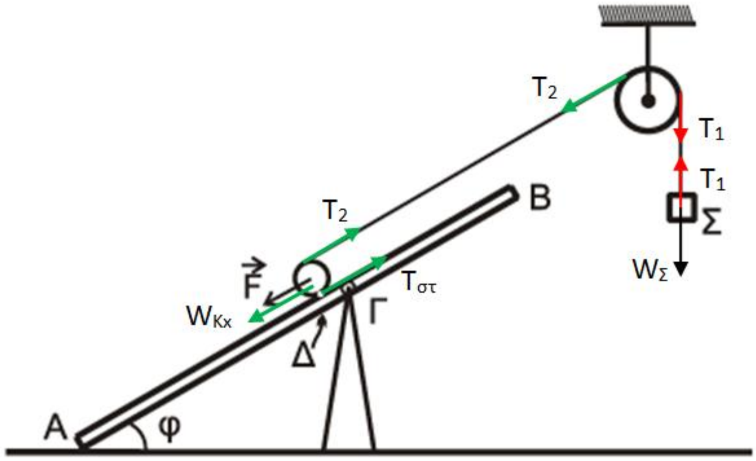
Άρα:

$$j_{0} = \frac{p}{6} rad$$

Συνεπώς η εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα, θα είναι:

$$x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Δ1. $W_{Kx} = W_{K} \cdot \eta\mu\varphi = 10\mathrm{N}$

Σώμα Σ / ισορροπία

$$W_{\Sigma} = \mathrm{T}_1 \text{ (1)}$$

Τροχαλία ισορροπία

$$\mathrm{T}_1 \cancel{R} = \mathrm{T}_2 \cancel{R} \text{ (2)}$$

Κύλινδρος Στροφική /ισορροπία

$$T_{\sigma\tau} \cancel{R} - \mathrm{T}_2 \cancel{R} = 0$$

$$\mathrm{T}_2 = T_{\sigma\tau} \text{ (3)}$$

Μεταφορική /ισορροπία

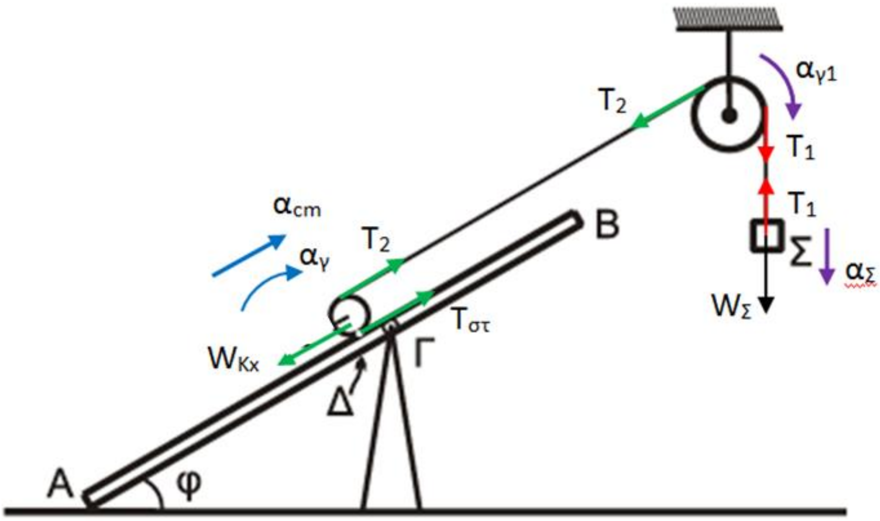
$$W_{Kx} + F = \mathrm{T}_2 + \mathrm{T}_{\sigma\tau}$$

από (1), (2) και (3) έχουμε $W_{\Sigma} x + F = 2\mathrm{T}_2$

$$10 + F = 40$$

$$\boxed{F = 30N}$$

Δ2. Μετά την κατάργηση της δύναμης F τα σώματα θα αποκτήσουν επιταχύνσεις σύμφωνα με τη φορά του σχήματος.



Οι επιταχύνσεις και οι ταχύτητες των σωμάτων συνδέονται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$a_\Sigma = a_{\gamma_1} R_T \ (1)$$

$$\upsilon_\Sigma = 2\upsilon_{cm}$$

$$a_\Sigma = 2a_{cm} \ (2)$$

$$a_{cm} = a_\gamma R_K \ (3)$$

Κύλινδρος:

Μεταφορικά $\quad T_2 + T_{\sigma\tau} - W_{KX} = M_K a_{cm}$

Στροφικά $\quad T_2 \cancel{R} - T_{\sigma\tau} \cancel{R} = \frac{1}{2} M_K \cancel{R^2} \frac{\alpha_{cm}}{\cancel{R}}$

$$2T_2 - W_{KX} = \frac{3}{2} M_K a_{cm}$$

$$2T_2 - 10 = 3a_{cm} \ (4)$$

Σώμα Σ και τροχαλία

$$W_\Sigma - T_1 = M_\Sigma a_\Sigma$$

$$T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2} M_T R^2 a_{\gamma_1} \Leftrightarrow T_1 \cancel{R} - T_2 \cancel{R} = \frac{1}{2} M_T \cancel{R^2} \frac{a_\Sigma}{\cancel{R}}$$

$$20 - T_2 = \left(M_\Sigma + \frac{1}{2} M_T \right) a_\Sigma$$

και με χρήση της (2) $a_\Sigma = 2a_{cm}$ έχουμε

$$20 - T_2 = 3 \cdot 2 \cdot a_{cm}$$

$$20 - T_2 = 6a_{cm} \ (5)$$

Αν πολλαπλασιάσουμε την σχέση (5) x2 και την προσθέσουμε κατά μέλη με την (4) θα έχουμε:

$$2T_2 - 10 = 3a_{cm}$$

$$40 - 2T_2 = 12a_{cm}$$

$$30 = 15a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = 2m/s^2$$

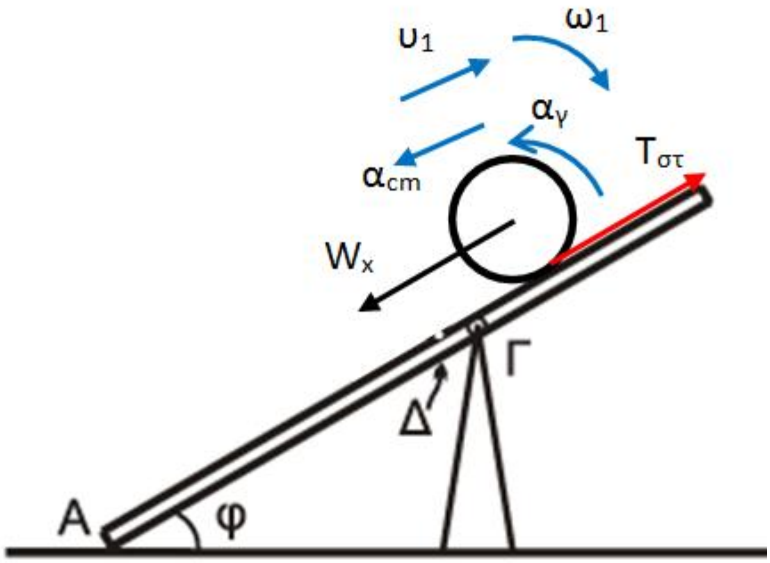
και από (2) $a_\Sigma = 4m/s^2$

Δ3. Μετά το κόψιμο του νήματος ο κύλινδρος θα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση. Έστω υ_1 και ω_1 οι μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής αντίστοιχα τη στιγμή που κόβεται το νήμα δηλ. την t_1=0,5s. Πριν προχωρήσουμε στην μελέτη του προβλήματος υπολογίζουμε την ταχύτητα και το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα μέχρι τότε.

$$\upsilon_1 = \upsilon_{cm} = a_{cm}t = 2\cdot 0,5 = 1m/s$$

$$x_1 = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 = \frac{1}{2}2\cdot\frac{1}{4} = 0,25m$$

Αμέσως μετά την κατάργηση το σώμα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση με τις επιταχύνσεις να έχουν τη φορά του παρακάτω σχήματος:



Το σώμα κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση και συνεπώς ισχύει η σχέση $a_{cm}{}' = a_\gamma R_K$

$$W_{Kx} - T_{\sigma\tau} = \mathrm{M_K} a_{cm}{}'$$

$$T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}\mathrm{M_K}R^2 a_\gamma \Leftrightarrow T_{\sigma\tau}\cancel{R} = \frac{1}{2}\mathrm{M_K}\cancel{R^2}\frac{a_{cm}{}'}{\cancel{R}}$$

$$\cancel{M_K}g\mu\varphi = \frac{3}{2}\cancel{M_K}a_{cm}{}'$$

$$a'_{cm} = \frac{10}{3}m/s^2$$

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_1 - a'_{cm}t$$

$$0 = 1 - a'_{cm}t \Rightarrow t = 0,3$$

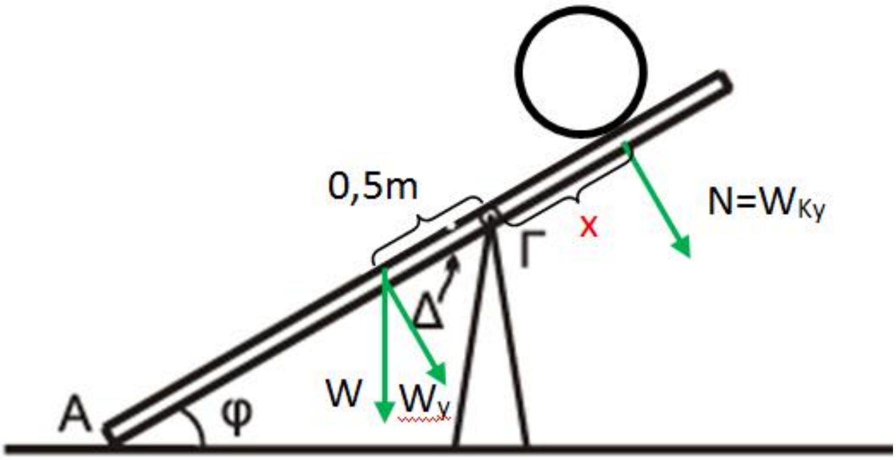
άρα την $\boxed{t_2 = 0,8}$

$$x_2 = \upsilon_1\cdot t - \frac{1}{2}\cdot a_{cm}{}'\cdot t^2$$

$$x_2 = 1 \cdot 0,3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,15$$
$$x_{ολ} = 0,25 + 0,15 = 0,4m$$

Όμως από την εκφώνηση (ΓΔ)=0,2m. Άρα το σώμα θα σταματήσει 0,2m πάνω από το Γ.

Δ4. Έστω η σανίδα ανατρέπεται (χάνει δηλ την επαφή με το έδαφος στο σημείο Α - N_A =0) όταν ο κύλινδρος βρίσκεται σε απόσταση x από το Γ.



$$\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow W_y \cdot x - W_{Ky} \cdot 0,5 = 0$$

x=0,5m

Το σώμα όμως δεν φτάνει μέχρι το σημείο αυτό (από το Δ3). Άρα δεν χάνει επαφή.

επιμέλεια // Κυριακίδης Γιώργος
Δαμιανίδης Γιάννης
Δεσποινιάδης Γιάννης